

5. Влияние величины зазора. На рисунке 11 показаны рассчитанные по формуле [2]

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} \left[1 + \sqrt{\frac{(I_1 + I_2)(2M_g C_n \delta_1 - M_H^2 I_1)}{(M_g I_2 + M_H I_1)}} \right] \quad (12)$$

графики изменения максимального момента в гибком колесе в зависимости от величины приведенного к тихоходному валу зазора.

Как указывалось выше, в волновой передаче люфт практически отсутствует. Поэтому в приводе с волновым редуктором зазоры наблюдаются только в соединительных муфтах.

Конструктивно значение зазора в муфтах может быть сведено до 0,01рад. Тогда зазор в муфте между двигателем и генератором не будет сказываться на величине динамического момента. Зазор в муфте между тихоходным валом редуктора и рабочим органом при соотношении моментов инерции $I_1/I_2 < 0,15$ приводит к повышению динамического момента на 10...17% и его также можно не учитывать.

Выводы. Основные результаты комплексных исследований динамики волновой передачи в пусковых и переходных режимах:

1. На основании анализа конструкции привода с волновым герметичным редуктором разработана расчетная динамическая схема системы.

2. Составлены дифференциальные уравнения движения системы. Получено их решение при воздействии на систему пускового момента двигателя, изменяющегося по разным законам.

3. Проведено сравнение полученных решений. Определена степень их приближения к эксперименту.

4. На основании параметрических исследований найдены пути упрощения полученных зависимостей, что дало возможность вывести формулы, пригодные для проведения практических расчетов динамических нагрузок в пусковых режимах.

Список литературы: 1. Швырев Н.П. Исследование привода с волновой герметичной передачей в динамических режимах: Автореф. дисс... канд. техн. наук. – Харьков, 1981. – 22с. 2. Приймаков А.Г., Приймаков Г.А., Швырев Н.П. Расчет и проектирование герметичных силовых волновых зубчатых передач. Монография. – Харьков: Обериг, 2010. – 112с. 3. Полетучий А.И. Волновые зубчатые передачи. Учебное пособие. – Харьков: Изд. ХАИ, 1979. – 166с.

Поступила в редколлегию 20.05.11

УДК 621.833

Р.В. ПРОТАСОВ, инженер каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., старший научный сотрудник
каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

В.И. СЕРИКОВ, к.т.н., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР
НТУ "ХПИ"

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕКРЫТИЯ ЭВОЛЮТНЫХ ПЕРЕДАЧ

Рассмотрено определение коэффициента перекрытия для всех типов эволютных прямозубых передач с выпукло-вогнутым контактом. Описана методика его определения в случае модификации исходного профиля. Проведен сравнительный анализ коэффициента перекрытия исходного и модифицированного профилей и их сравнение с аналогичным эвольвентным.

Розглянуто коефіцієнт перекриття усіх типів еволютних прямозубих передач з опукло-увігнутим контактом. Описана методика його визначення у разі модифікації початкового профілю. Проведено порівняльний аналіз коефіцієнта перекриття початкового та модифікованого профілів та їх порівняння з аналогічним евольвентним.

The contact ratio of all of types of evolute spur gear with a convex-concave contact is considered. The method of his solutions is described in the case of modification of basic rack. The comparative analysis of contact ratio basic and modified racks and their comparing is conducted to the similar involute gear.

Введение. Актуальной задачей современного машиностроения является увеличение несущей способности зубчатых передач.

Выпукло-вогнутый контакт (ВВК) зубьев позволяет снизить контактные напряжения и, тем самым, улучшить массогабаритные показатели. Эволютное зацепление с ВВК, предложенное А.И. Павловым, является обкатным по высоте зуба, т.е. может быть прямо- и косозубым. Однако прямозубые передачи при определенных преимуществах имеют небольшой коэффициент перекрытия, что негативно сказывается на их несущей способности. А в случае, если коэффициент перекрытия меньше 1, зубчатая передача становится неработоспособной. Поэтому подробное исследование этого параметра для эволютных передач является важной задачей.

Дифференциальное уравнение профиля инструментальной рейки эволютной передачи имеет вид [1, 2]:

$$y_0'' = \frac{y_0'(1 + y_0'^2)}{-ky_0' + x_0}, \quad (1)$$

где x_0 , y_0 – декартовы координаты точек профиля исходного контура; k – коэффициент разновидности передачи. При $k > 1$ зацепление парное (двустороннее), при этом шестерня и колесо нарезаются одной и той же инструментальной рейкой. При $k < 1$ зацепление получается непарным (одностороннее),

т.е. для нарезания шестерни и колеса требуется разный инструмент. В последнем варианте получается 2 разновидности зацепления – с выпукло-вогнутым и вогнуто-выпуклым контактом. [3, 4]

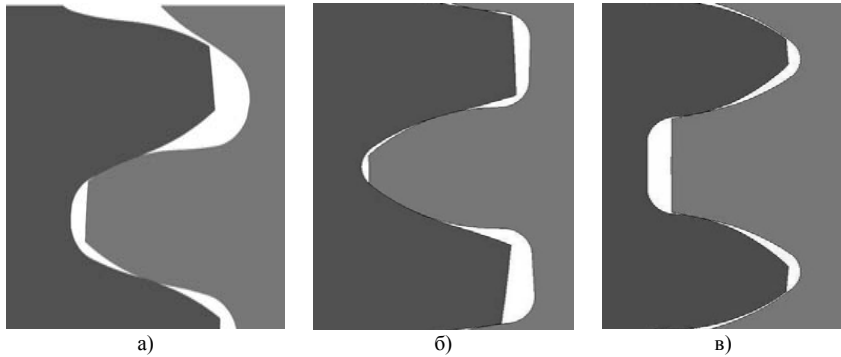


Рисунок 1 – Профили боковых поверхностей шестерни и колеса:
а) двустороннее зацепление; б), в) одностороннее зацепление

Целью данной работы является определение коэффициента перекрытия нескольких видов эвольвентного зацепления и его анализ в сравнении с аналогичным эвольвентным.

Построение линии зацепления. Перед определением коэффициента перекрытия необходимо построить линию зацепления. Будем основываться на уравнении профиля эвольвентной инструментальной рейки в следующем виде [1, 3]:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &\in [-h_f^*, h_a^*]; \\ y(x_0) &= C_1 x_0 + C_2 x_0^2 + C_3 x_0^3 + \dots + C_n x_0^n. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Пределы изменения x_0 в относительных единицах обусловлены областью существования профиля, которая на начальном этапе ограничивается особыми точками и зависит от параметров конкретной передачи (числа зубьев и передаточного отношения).

Линию зацепления зубчатой передачи можно получить несколькими способами.

В частности, согласно [5], прежде чем определить линию зацепления, необходимо записать уравнения рабочего профиля зуба шестерни. В работе [6] для этого был использован метод профильных нормалей:

$$\left. \begin{aligned} x_1(x_0) &= (x(x_0) - a(x_0)) \cos \varphi_1(x_0) + (y(x_0) + r_1) \sin \varphi_1(x_0); \\ y_1(x_0) &= -(x(x_0) - a(x_0)) \sin \varphi_1(x_0) + (y(x_0) + r_1) \cos \varphi_1(x_0). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Затем строим линию зацепления в координатах (x_z, y_z) , используя следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \gamma(x_0) &= \arctg \frac{(y_2(x_0))'}{(x_2(x_0))'}; \\ \cos \psi(x_0) &= \frac{x_2(x_0) \cos \gamma(x_0) + y_2(x_0) \sin \gamma(x_0)}{r_2}; \\ \varphi_2(x_0) &= \pi/2 - (\gamma(x_0) + \psi(x_0)); \\ xz(x_0) &= x_2(x_0) \cos \varphi_2(x_0) - y_2(x_0) \sin \varphi_2(x_0); \\ yz(x_0) &= x_2(x_0) \sin \varphi_2(x_0) + y_2(x_0) \cos \varphi_2(x_0). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

В работе [1] предлагается более простой вариант построения линии зацепления. Для ее нахождения необходимо лишь взять производную уравнения инструментальной рейки (2) и подставить ее в следующую формулу:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &\in [-h_f^*, h_a^*]; \\ y_z(x_0) &= \frac{(x_0)}{y'(x_0)}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В качестве примера будем использовать следующие уравнения рейки.

1. Одностороннее зацепление:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &\in [-h_f^*, h_a^*]; \\ y(x_0) &= 0,28491x_0 + 0,18971x_0^2 + 0,14419x_0^3 + (-0,14427)x_0^5 + \\ &\quad + 0,086228x_0^7. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2. Для двустороннего зацепления рассмотрим четыре различных профиля:

$$\begin{aligned} y(x_0) &= 0,267949x_0 + 0,184264x_0^3 + 0,0129465x_0^5 - 0,0288067x_0^7; \\ y(x_0) &= 0,267949x_0 + 0,114641x_0^3 + 0,008447x_0^5 - 0,0197301x_0^7; \\ y(x_0) &= 0,36397x_0 + 0,206366x_0^3 + 0,0138768x_0^5 - 0,031043x_0^7; \\ y(x_0) &= 0,36397x_0 + 0,126246x_0^3 + 0,0089702x_0^5 - 0,0191787x_0^7. \end{aligned} \quad (7)$$

У всех профилей, как и ранее $x_0 \in [-h_f^*, h_a^*]$.

Для сравнения на рисунках 2-4 покажем линию зацепления как исследуемой эвольвентной передачи (сплошная линия), так и аналогичной эвольвент-

ной (штриховая линия). Параметры передачи: число зубьев шестерни $z_1=40$, передаточное число $u=2$, модуль $m=10$ мм.

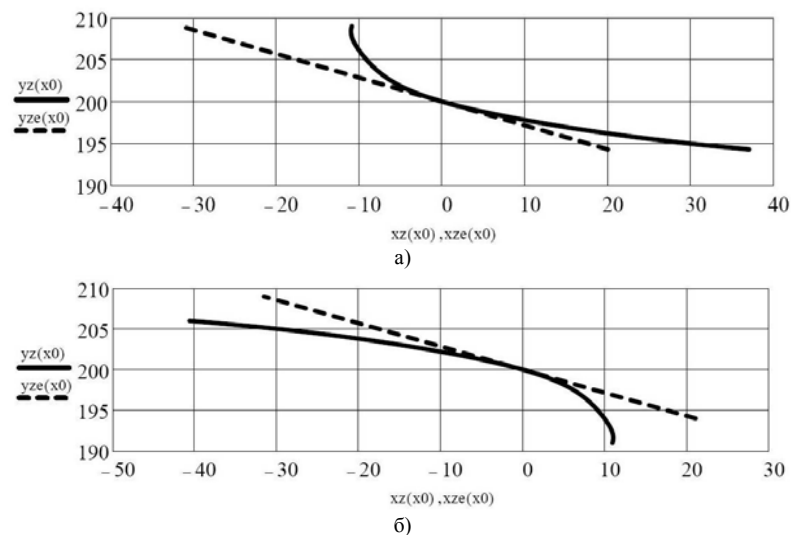


Рисунок 2 – Линия зацепления эвольвентной и односторонней эволютной передачи:
а) с выпукло-выпуклым контактом, б) с вогнуто-выпуклым контактом.
Угол зацепления в полюсе $\alpha = 15,9^\circ$

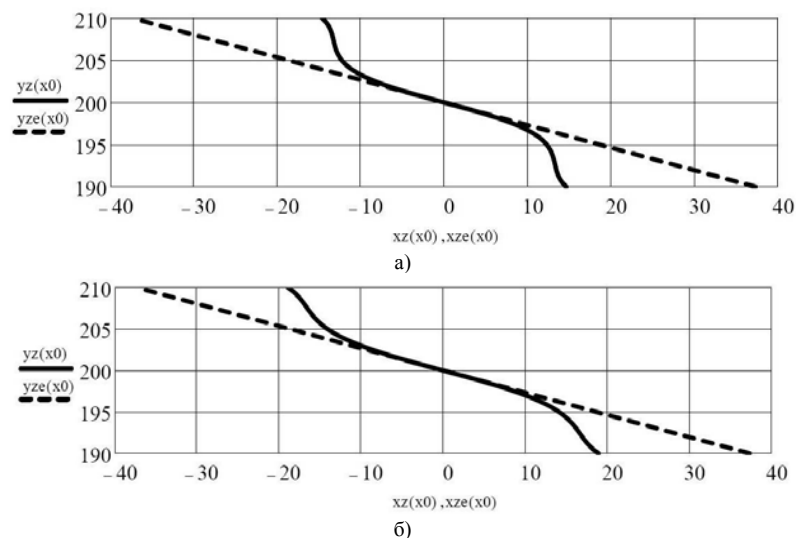


Рисунок 3 – Линия зацепления эвольвентной и двусторонней эволютной передачи.
Угол зацепления в полюсе $\alpha = 15^\circ$. Коэффициент разновидности: а) $k=3$, б) $k=5$

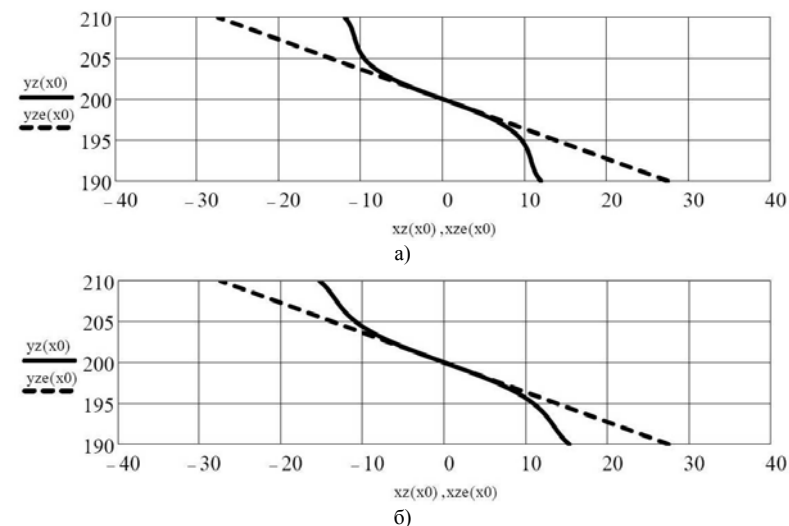


Рисунок 4 – Линия зацепления эвольвентной и двусторонней эволютной передачи.
Угол зацепления в полюсе $\alpha = 20^\circ$. Коэффициент разновидности: а) $k=3$, б) $k=5$

Определение коэффициента перекрытия. Непрерывность работы зубчатой передачи должна обеспечиваться перекрытием одной пары зубьев другой, т.е. последующая пара зубьев должна войти в зацепления до выхода из зацепления предыдущей пары зубьев. В этом случае в зацеплении будут находиться не менее одной пары зубьев. При этом, чем больше пар зубьев одновременно находится в зацеплении, тем более плавной будет работа зубчатой передачи. Однако это происходит при условии точного изготовления зубчатых колес.

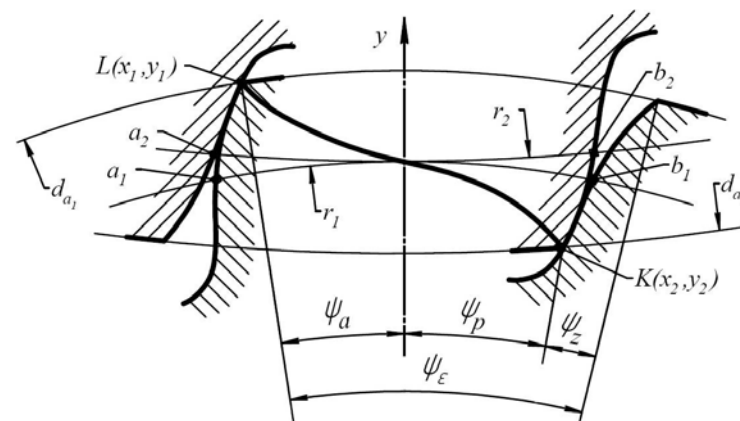


Рисунок 5 – Определение коэффициента перекрытия в общем случае

На рисунке 5 показаны положения двух сопряженных профилей в начале и в конце зацепления. Отметив точки a_1 и a_2 в начале зацепления и точки b_1 и b_2 в конце зацепления, получим, что за время работы одной пары зубьев точки a_1 и a_2 сопряженных профилей, описав дуги $\cup a_1 b_1 = \cup a_2 b_2$, перейдут в положение b_1 и b_2 . При этом шестерня за это же время повернется на угол ψ_ε . Отсюда коэффициент перекрытия зубчатой передачи определим как отношение угла поворота шестерни ψ_ε к шагу зацепления $P = 2\pi / z_1$:

$$\varepsilon_\alpha = \psi_\varepsilon / P. \quad (8)$$

Угол ψ_ε состоит из суммы углов:

$$\psi_\varepsilon = \psi_z + \psi_a + \psi_p. \quad (9)$$

Так как профили зубчатых колес, показанных на рисунке 5, ограничены окружностями вершин d_{a_1} и d_{a_2} , то линия зацепления используется только частично. Часть LK линии зацепления, заключенная между точками пересечения ее с окружностями выступов, является рабочей.

Угол ψ_a найдем, решая совместно уравнение линии зацепления (4) и уравнение окружности вершин шестерни:

$$xd_{a_1}^2 + yd_{a_1}^2 = (r_1 + h_a^* m)^2, \quad (10)$$

где r_1 – радиус делительной окружности шестерни,

В результате получим координаты (x_{z1}, y_{z1}) точки пересечения линии зацепления с окружностью вершин шестерни, тогда угол ψ_a :

$$\psi_a = \arctg(x_{z1} / y_{z1}). \quad (11)$$

Аналогично найдем угол ψ_p , но при этом будет использоваться уравнение окружности вершин колеса:

$$xd_{a_2}^2 + yd_{a_2}^2 = (r_2 + h_a^* m)^2, \quad (12)$$

где r_2 – радиус делительной окружности колеса.

Решая совместно уравнения (4) и (12), получим координаты (x_{z2}, y_{z2}) точки пересечения линии зацепления с окружностью выступов колеса, тогда угол ψ_p :

$$\psi_p = \arctg(x_{z2} / y_{z2}). \quad (13)$$

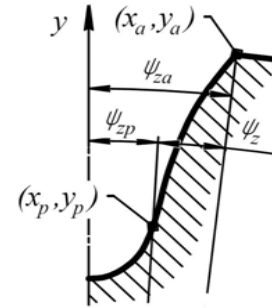


Рисунок 6 – Определение угла ψ_z

Для нахождения угла $\psi_z = \psi_{za} - \psi_{zp}$ необходимо найти координаты точек (x_a, y_a) и (x_p, y_p) . Для этого требуется дважды решить уравнение (3), подставляя соответствующие значения параметра x_0 и задав при этом смещение инструментальной рейки вдоль оси x на значение $\pi / 4$.

Для определения угла ψ_{za} задаем $x_0 = h_a^*$ и находим координаты точки (x_a, y_a) . Тогда угол ψ_{za} :

$$\psi_{za} = \arctg(x_a / y_a). \quad (14)$$

Для угла ψ_{zp} значение параметра x_0 возьмем из ранее полученного совместного решения уравнений (4) и (12). Определив координаты точки (x_p, y_p) , найдем

$$\psi_{zp} = \arctg(x_p / y_p). \quad (15)$$

Коэффициент перекрытия в случае модификации профиля. В работах [1, 7] было показано, что в приполюсной зоне двусторонних эволютных передач имеется зона двояковыпуклого контакта. От этой зоны предлагалось избавляться путем модификации профиля инструментальной рейки в "тело" нарезаемого зуба с тем, чтобы в этой зоне не было контакта. Поэтому при расчете коэффициента перекрытия для двусторонних эволютных передач необходимо учесть эту модификацию.

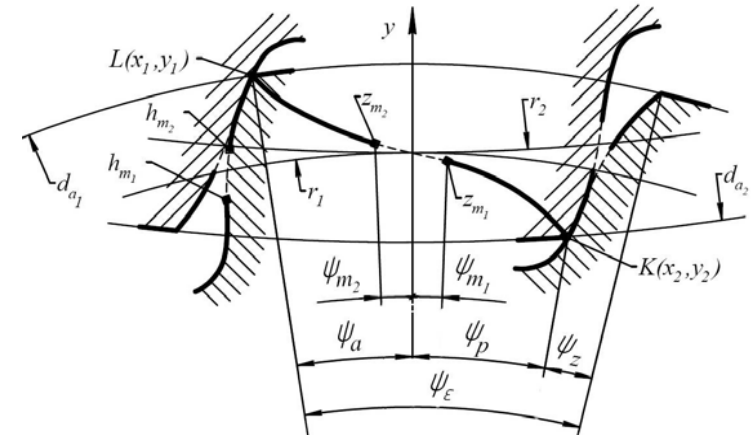


Рисунок 7 – Определение коэффициента перекрытия в случае модификации профиля двусторонней эволютной передачи

На рисунке 7 на боковых профилях зубьев штриховой линией показана зона ДВК для общего случая. Точки h_{m_1} и h_{m_2} обозначают начало и конец модифицированного участка. Так как уравнения профилей боковых поверхностей зубьев записаны в параметрическом виде, то каждой точке h_{m_1} и h_{m_2} соответствует определенное значение параметра x_0 . Подставив эти значения в уравнение (4) или (5), можно получить участок линии зацепления, ограниченный точками z_{m_1} и z_{m_2} , где, в связи с модификацией профиля, не будет происходить контакт.

Угол поворота шестерни, соответствующий модифицированному участку, состоит из суммы углов ψ_{m_1} и ψ_{m_2} .

Получив координаты точки $z_{m_1}(x_{m_1}, y_{m_1})$, можно найти соответствующий ей угол ψ_{m_1} :

$$\psi_{m_1} = \arctg(x_{m_1}/y_{m_1}). \quad (16)$$

Аналогично находим угол ψ_{m_2} . Тогда формула коэффициента перекрытия примет вид:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\psi_\varepsilon - (\psi_{m_1} + \psi_{m_2})}{2\pi/z}. \quad (17)$$

На рисунках 8-13 покажем графики изменения коэффициента перекрытия эвольвентной передачи и ее сравнение с аналогичной эвольвентной.

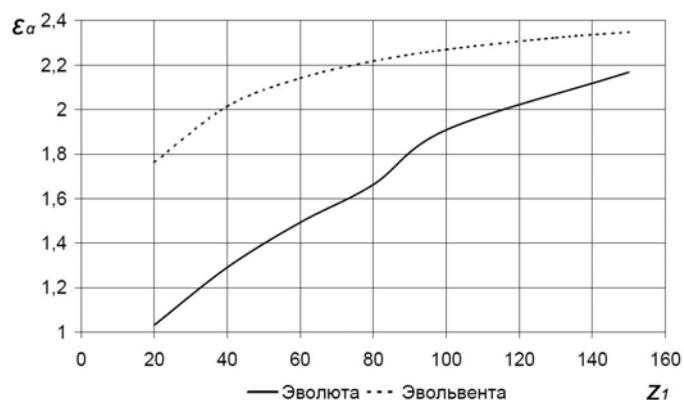


Рисунок 8 – Коэффициент перекрытия односторонней эвольвентной передачи и аналогичной эвольвентной (угол зацепления в полюсе $\alpha = 15,9^\circ$, $u = 1$)

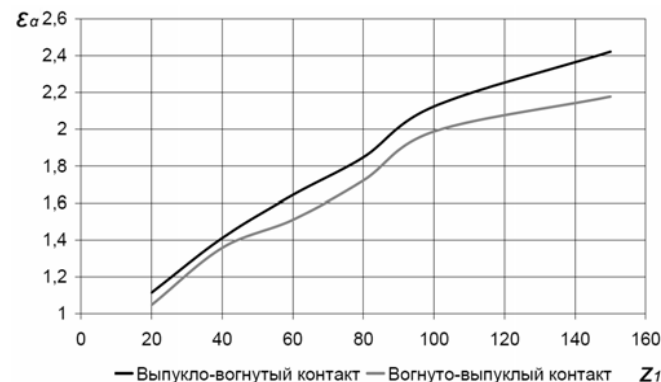


Рисунок 9 – Коэффициент перекрытия односторонней эвольвентной передачи с выпукло-вогнутым и вогнуто-выпуклым контактом

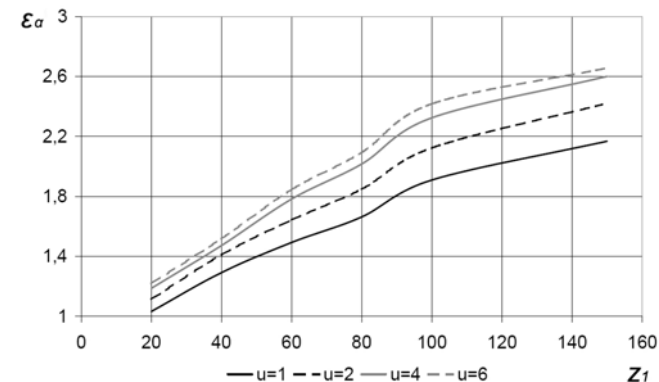


Рисунок 10 – Коэффициент перекрытия односторонней эвольвентной передачи для различных передаточных чисел

Анализируя графики на рисунках 8-10 можно заключить, что при одинаковом угле зацепления в полюсе передачи коэффициент перекрытия эвольвентного зацепления несколько ниже эвольвентного, однако $\varepsilon_\alpha > 1$, а при $z_1 > 120$ $\varepsilon_\alpha > 2$.

Коэффициент перекрытия выпукло-вогнутого типа одностороннего зацепления несколько больше вогнуто-выпуклого. Но учитывая, что первый тип зацепления является менее металлоемким [1], то он более предпочтителен при выборе односторонней передачи.

С изменением передаточного числа ε_α меняется незначительно, что позволяет использовать односторонние передачи во всем диапазоне u .

Из графиков на рисунках 11-12 видно, что, как и в случае с односторонним зацеплением, коэффициент перекрытия двустороннего несколько ниже аналогичного эвольвентного, однако находится в допустимых пределах $\varepsilon_\alpha > 1$.

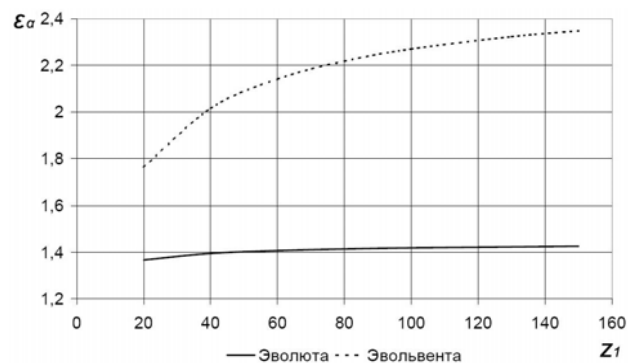


Рисунок 11 – Коэффициент перекрытия двусторонней эволютной передачи и аналогичной эвольвентной (угол зацепления в полюсе $\alpha = 15^\circ$, $u = 2$)

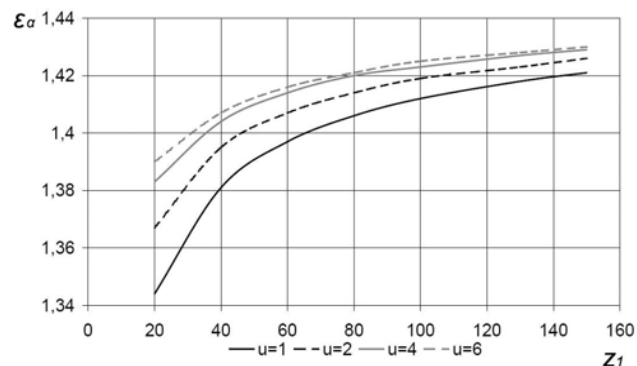


Рисунок 12 – Коэффициент перекрытия двусторонней эволютной передачи для различных передаточных чисел

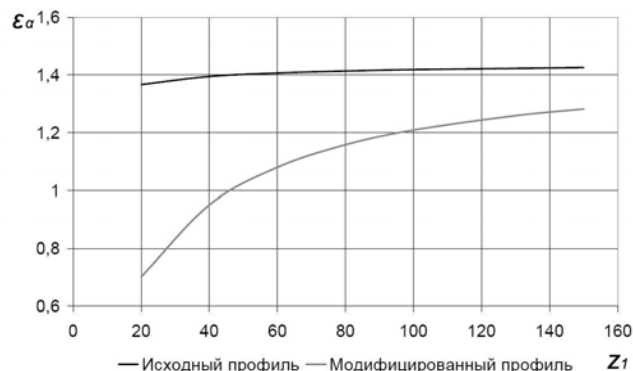


Рисунок 13 – Коэффициент перекрытия двусторонней эволютной передачи с исходной и модифицированной рейкой

Также заметим, что данный тип зацепления можно применять для широкого диапазона передаточных чисел, но, несмотря на малый угол зацепления в полюсе $\alpha = 15^\circ$, коэффициент перекрытия при всех u небольшой: $\varepsilon_\alpha < 1,5$.

Анализируя рисунок 13 можно заключить, что предлагаемый в работе [5] вариант модификации исходного контура приводит к неработоспособности передачи, т.к. для ее реализации необходимо, чтобы в исходной (немодифицированной) передаче коэффициент перекрытия был больше 2. Это связано с тем, что удаляемый участок профиля практически полностью совпадает с зоной однопарного зацепления. Однако двусторонняя эволютная передача может работать и без данной модификации.

Выводы:

1. Проведен сравнительный анализ линии зацепления трех типов эволютных передач с различными коэффициентами разновидности k и углами зацепления α в полюсе и аналогичной эвольвентной.
2. Разработана методика определения коэффициента перекрытия для эволютных передач.
3. Для двусторонних эволютных передач, ввиду их предлагаемой модификации в приполюсной зоне, в зависимости для коэффициента перекрытия введены дополнительные параметры, учитывающие ее высоту.
4. Показано, что предложенный ранее способ модификации для двустороннего типа эволютной передачи приводит к ее неработоспособности по перекрытию зубьев. Однако целью предлагаемой модификации являлось только исключение зацепления в приполюсной зоне с высокими контактными напряжениями. Поэтому отказ от нее не приведет к значительному ухудшению геометрических показателей передачи. Целесообразным, на наш взгляд, является сочетание рассматриваемой модификации с косозубым зацеплением при обеспечении суммарного коэффициента перекрытия $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \geq 1,1 \dots 1,2$.

Список литературы: 1. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 2. Павлов А.И. Эвольвентное зацепление и его характеристики // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. – Харьков, 2003. – Вып.5. – С.103-106. 3. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Аналитическое описание поверхностей зубьев эволютных передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – Харьков, 2010. – №19. – С.124-128. 4. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Исследование приведенного радиуса кривизны и контактных напряжений в односторонних непарных эволютных передачах // Вестник СевНТУ: Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Механика, энергетика, экология". – Севастополь, 2011. – №120. – С.132-137. 5. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука. – 1968. – 584с. 6. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Построение рабочих профилей зубьев эволютных передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – Харьков, 2010. – №19. – С.124-128. 7. Протасов Р.В. Исследование приведенного радиуса кривизны в эволютных передачах. // Механіка та машинобудування. – 2010. – №1. – С.37-43.

Поступила в редакцию 30.05.11